The 2nd National Conference on Geospatial Information Technology (NCGIT)

K.N.Toosi University of Technology
Faculty of Geomatics Engineering

18 January 2017

دومین کنفرانس ملی مهندسی فناوری اطلاعات مکانی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی نقشه‌برداری
۲۹ دی ماه ۱۳۹۵

بازیابی فاز تداخل‌سنجی راداری به کمک انتقال داده‌های نامنظم به فضای منظم

امین توکلی اصطهباناتی[۱*]،مریم دهقانی[۲]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گرایش سنجش از دور، بخش مهندسی راه، ساختمان و محیط زیست، دانشکده مهندسی، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران
۲- بخش مهندسی راه، ساختمان و محیط زیست، دانشکده مهندسی، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

چکیده :

در دو دهه‌ی اخیر به سبب پیدایش تصاویر رادار با روزنه‌ی مصنوعی و هم‌زمان با آن ارائه و بهبود تکنیک تداخل‌سنجی رادار با روزنه‌ی مصنوعی کاربرد این تکنیک در پایش جابجایی‌های سطح زمین افزایش یافته است. یکی از مهم‌ترین و حساس‌ترین بخش‌های این تکنیک، فرآیند بازیابی فازهای داخل‌نگاشت می‌باشد. مقدار فازهای تداخل‌سنجی در یک تداخل‌نگاشت در بازه‌ی ۰ تا ۲π مدوله شده‌اند که به‌منظور برآورد میزان جابجایی بایستی بازیابی شوند. بازیابی فاز فرآیندی است جهت بازیابی تعداد سیکل‌های صحیح فاز از دست رفته. در مرحله‌ی بازیابی فاز بسته به اینکه از روش متداول یا روش پراکنش کننده‌های پایدار استفاده شده باشد، داده‌ها به‌ترتیب به‌صورت منظم یا نامنظم در سطح تداخل نگاشت پراکنده می‌شوند. یکی از راهکارهای بازیابی فاز در فضای نامنظم تبدیل فضای نامنظم به یک فضای منظم با استفاده از روش درونیابی نزدیک‌ترین همسایگی است. در این مقاله سه الگوریتم بازیابی فاز در فضای منظم: حذف شاخه‌ها، واریانش مشتق فازها و حذف شاخه‌ها-واریانس مشتق فازها معرفی شده‌اند. این الگوریتم‌ها بر روی داده‌های نامنظم واقعی ماهواره سنتینل۱ مربوط به منطقه دشت سیرجان اعمال شده‌اند و نتایج آنها با یکدیگر مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی : تداخل‌سنجی راداری، بازیابی فاز، فضای نامنظم، سنتینل۱

نویسنده مکاتبه کننده : امین توکلی اصطهباناتی
آدرس پستی : شیراز- میدان نمازی- دانشکده فنی و مهندسی۱- بخش مهندسی راه ساختمان و محیط زیست
تلفن :
آدرس پست الکترونیک : AminTavakkoli.est@gmail.com

۱- مقدمه

تداخل سنجی راداری براساس ترکیب دو یا چند تصویر مختلط راداری که توسط آنتن‌ها در موقعیت‌ها یا زمان‌های مختلف اخذ شده اند، می‌باشد. از کاربردهای تکنیک تداخل‌سنجی راداری می‌توان به بدست آوردن توپوگرافی یا میزان جابجایی ناشی از فرونشست، زمین لغزش یا بلایای طبیعی اشاره کرد. در تکنیک تداخل سنجی تصاویر مختلط راداری که شامل دامنه و فاز موج برگشتی از عارضه به سمت سنجنده هستند با یکدیگر تلفیق می‌شوند و یک تداخل نگاشت[1] را تشکیل می‌دهند. مشاهدات تداخل‌سنجی مجموعه‌ای از فازها می‌باشد که بسته به اینکه از روش های تداخل سنجی متداول[2] یا پراکنش کننده‌های پایدار[3] (PS) استفاده شده باشد به ترتیب به صورت منظم یا نامنظم[4] در سطح تصویر پراکنده شده اند. فازهای یک تداخل نگاشت مقداری بین صفر و 2π دارند که به این صورت قابل استفاده نمی‌باشند.

بازیابی فاز[5] که یکی از مراحل روش تداخل سنجی راداری است، فرآیندی است به منظور برآورد فازهای بدون ابهام[6] از آرایه‌ای دو بعدی از مقدار فازهایی که بین صفر تا 2π مدوله شده‌اند. در تمامی کاربردهای ذکر شده مقدار این فازهای بازیابی نشده[7] (دارای ابهام) باید بازیابی شوند. تمامی الگوریتم‌های بازیابی فاز معمولا بر این فرض استوار هستند که فازهای بازیابی شده صحیح در بیشتر مکان‌ها به آرامی تغییر می‌کنند یعنی پیکسل‌های همسایه باید اختلاف فازی کمتر از نیم سیکل (π رادیان) داشته باشند (شرط نایکوئیست). لیکن در اکثر تداخل نگاشت‌ها نقاطی وجود دارند که اختلاف فاز آن‌ها بیشتر از نیم سیکل است. هدف اصلی الگوریتم‌های بازیابی فاز شناسایی و تعیین دقیق محل این نقاط است.

مجموعه‌ای از فازهای بازیابی شده حاوی اطلاعاتی هستند که در مجموعه فازهای بازیابی نشده وجود ندارند. بنابراین بازیابی فاز به صورت دقیق یک مسأله ی غیرممکن می‌باشد [1] . با این وجود الگوریتم‌های متفاوتی تاکنون ارائه شده‌اند که در ادامه به معرفی و ارزیابی برخی از آن‌ها خواهیم پرداخت. در بخش دوم تعدادی از مهم‌ترین و کاربردی‌ترین روش‌های بازیابی فاز در فضای منظم و نحوه اعمال آن‌ها برروی فضای نامنظم بیان خواهد شد. در بخش سوم نتایج اعمال الگوریتم‌های معرفی شده بر روی داده‌های نامنظم استخراجی از داده‌های ماهواره سنتینل ۱[8] ارائه و ارزیابی شده‌اند و بخش چهارم شامل جمع بندی مباحث ارائه شده می‌باشد.

۲- بازیابی فاز

به طور کلی صرف نظر از نحوه‌ی توزیع نقاط، فازهای تداخل نگاشت را می‌توان با دو رویکرد متفاوت بازیابی کرد: دسته‌ای که سعی بر بازیابی فاز تمام پیکسل ها به صورت کلی و یکجا دارند و دسته‌ی دوم که سعی بر حل مسأله به‌صورت محلی و موضعی دارند. در این بخش ابتدا سه عدد از روش‌های بازیابی موضعی فاز در فضای منظم و در ادامه نحوه تبدیل یک فضای نامنظم به یک فضای منظم معرفی خواهد شد.

۲-۱- بازیابی فاز به صورت موضعی در فضای منظم

بر خلاف روش‌های مبتنی بر پراکنش کننده‌های پایدار، خروجی روش‌های تداخل‌سنجی متداول یک فضای منظم و پیوسته را ایجاد می‌کنند. به دلیل پیشینه بلند مدت روش‌های تداخل‌سنجی متداول، تاکنون روش‌های متعددی برای بازیابی فاز بر اساس آن‌ها ارائه شده است. همانطور که اشاره شد این روش‌ها را می‌توان به دو بخش تقسیم کرد که

---

[1] Interferogram
[2] Conventional
[3] Persistent scatterer (PS)
[4] Sparse
[5] Unwrapping
[6] Unwrapped
[7] Wrap
[8] Sentinel 1

معرفی روش‌های با راه حل کلی و یکجا را به مقالات بعدی واگذار می‌کنیم و در اینجا تنها به معرفی سه روش از کاربردی‌ترین روش‌های بازیابی فاز به صورت موضعی خواهیم پرداخت.

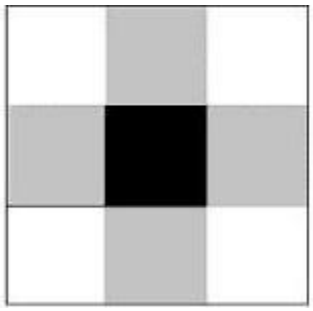
روش‌های بازیابی فاز به صورت موضعی از ایده‌ی دنبال‌کننده مسیر[1] برای بازیابی فاز استفاده می‌کند. بدین صورت که، در طول مسیر بازیابی فاز نقاط ناپیوستگی به سرعت شناسایی و اصلاح می‌شوند. چنین رویکردهایی را محلی یا موضعی می‌نامند. زیرا همانطور که در ادامه بیان خواهد شد این الگوریتم‌ها برای رسیدن به جوابی که به صورت کلی بهینه باشد در هر مرحله از داده‌ها و اطلاعات محلی آن مرحله استفاده می‌کنند.

۲-۱-۱- واریانس مشتق فازها۲

همانطور که بیان شد الگوریتم‌های بازیابی موضعی فاز با دنبال کردن یک مسیر مناسب فازهای تداخل‌نگاشت را بازیابی می‌کنند. یکی از ساده‌ترین روش‌های تعیین مسیر بازیابی فاز استفاده از واریانس مشتق فازها [۲ و ۳] است. از این روش برای ساخت یک نقشه کیفیت به منظور هدایت مسیر بازیابی فاز استفاده می‌شود. واریانس اختلاف فازها برای چهار پیکسل کناری محاسبه می‌گردد و سپس تمامی آن‌ها با هم جمع می‌شوند.

$$\mathrm{PDV}^{k} = \sum_{n=0}^{N} \sigma_x^2(n) + \sigma_y^2(n)$$ رابطه(۱)

که در آن N شامل چهار پیکسل کناری، σ_x^2 واریانس اختلاف فازها در جهت x، σ_y^2 واریانس اختلاف فازها در جهت y و k اندیس پیکسل مرکزی می‌باشد. نحوه‌ی قرار گیری چهار پیکسل کناری به همراه پیکسل مرکزی در **شکل ۱**نمایش داده شده است، .



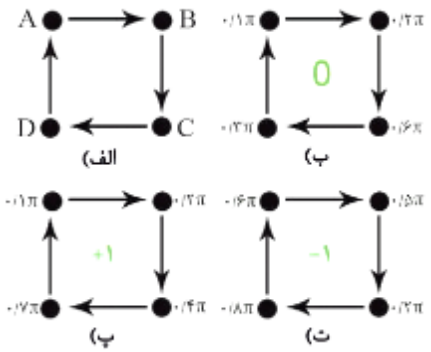
شکل ۱: نحوه‌ی قرارگیری پیکسل‌ها. پیکسل مرکزی به رنگ سیاه و پیکسل‌های کناری به رنگ خاکستری نمایش داده شده‌اند.

۲-۱-۲- حذف شاخه‌ها (حذف باقی‌مانده‌ها) ۳

سرعت و دقت الگوریتم حذف شاخه‌ها [4]، صرف نظر از عدم توانایی‌اش در ارائه یک راه حل کامل، آن را بسیار محبوب کرده است. یکی از مهم‌ترین مفاهیم در بحث بازیابی فاز چه در فضای منظم و چه در فضای نامنظم، مفهوم باقی مانده[4] می‌باشد. در مجموعه‌ای از فازهای بازیابی شده‌ی صحیح، مقدار اختلاف فازهای حول یک لوپ بسته همیشه باید برابر صفر باشد. در مجموعه‌ای از فازهای بازیابی نشده، مقدار حقیقی اختلاف فازهای بزرگ‌تر از نیم سیکل به مقادیر مختلفی در بازه صفر تا 2π مدوله خواهند شد و این باعث می‌شود که مقدارِ مجموعِ اختلاف فازهای حول یک لوپ بسته برابر صفر نباشد. این ویژگی توسط گلدشتاین[5] و همکارانش برای تعیین محل ناپیوستگی‌ها و جهش فازها استفاده شده است [4]. حاصل جمع اختلاف فازهای تبدیل شده حول یک لوپ، یا چرخه‌ی بسته، اطراف

[1] Path following
[2] Phase Derivative Variance (PDV)
[3] Branch-cut (residue-cut)
[4] Residue
[5] Goldstein

یک مربع ۲×۲ از پیکسل‌های یک تداخل‌نگاشت، نتیجه‌ای برابر با صفر یا یک یا منفی یک خواهد داشت (**شکل ۱**). نحوه تعیین باقی‌مانده در **شکل ۱**) نشان داده شده است. جواب‌های غیر صفر بار یا باقی‌مانده نامیده می‌شوند و براساس این فرض که تفاضل فازهای بازیابی نشده کمتر از نیم سیکل است، این جواب‌های غیر صفر نشان دهنده‌ی آشفتگی و گسیختگی بین داده‌ها می‌باشد.



$$\text{باقی‌مانده} = \left[\frac{\psi_B - \psi_A}{\pi}\right] + \left[\frac{\psi_C - \psi_B}{\pi}\right] + \left[\frac{\psi_D - \psi_C}{\pi}\right] + \left[\frac{\psi_A - \psi_D}{\pi}\right]$$

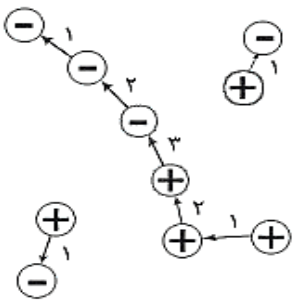
ب) $0/1 + 0/4 - 0/3 - 0/2$

پ) $0/1 + 0/2 + 0/3 + (0/1 - 0/7 + 1)$

ت) $-0/1 - 0/3 + (0/8 - 0/2 - 1) - 0/2$

شکل ۱: نحوه‌ی تعیین باقی‌مانده. در تصویر: (الف) نحوه‌ی قرار گیری یک مربع ۲×۲ بر روی مشاهدات یک تداخل‌نگاشت نمایش داده شده است. در تصاویر (ب) و (پ) و (ت) به ترتیب مثال‌هایی برای باقی‌مانده‌های صفر، یک و منفی یک آورده شده‌است.

در این الگوریتم باقی‌مانده‌های غیر صفر، یا بارها، با استفاده از فازهای بازیابی نشده شناسایی می‌شوند. یک شاخه بین این باقی‌مانده و نزدیکترین باقی‌مانده بعدی، صرف نظر از علامت آن (مثبت یا منفی بودن) رسم می‌گردد. این سرآغاز یک درخت را تشکیل می‌دهد. اگر این درخت خنثی نباشد، نزدیک‌ترین باقی‌مانده بعدی به آن وصل می‌شود. این روند تا زمانی ادامه می‌یابد که این درخت خنثی شود. در این هنگام یک بار، باقی‌مانده، غیر صفر دیگر به عنوان ریشه‌ی یک درخت جدید در نظر گرفته می‌شود (**شکل ۲**). هنگامی که تمامی بارها بر روی درخت‌های خنثی قرار گرفتند، با استفاده از الگوریتم پرکردن سیلابی[1] فازها به نحوی با یکدیگر جمع می‌شوند که در طول مسیر بازیابی فاز از هیچ یک از شاخه‌های درخت‌ها عبور نکنند.



شکل ۲: در الگوریتم حذف شاخه‌ها، احتمال رخ دادن گسیختگی در درخت‌های خنثی است، عددها بیانگر اندازه‌ی بار هر شاخه می‌باشند.

[1] Flood-fill

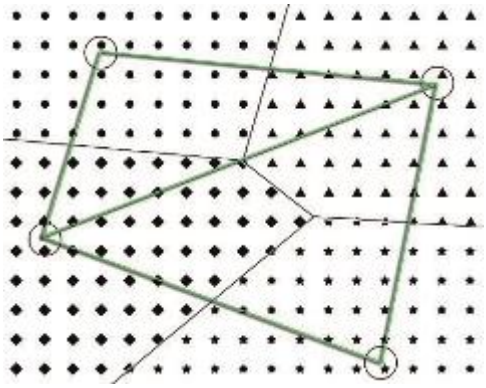
این الگوریتم عموما در مناطقی از تداخل نگاشت که همبستگی خوبی دارند، دقیق است. حال آنکه در مناطقی با شباهت کم، تراکم و چگالی زیاد نقاط باقی‌مانده شاخه‌هایی را ایجاد می‌کند که بر روی یکدیگر بسته شده‌اند و مانع حرکت و بازیابی فاز در کل مناطق تداخل نگاشت می شود. نتیجه این اتفاق بوجود آمدن مناطق مجزایی[1] در سطح تداخل نگاشت است.

۲-۱-۳- واریانس مشتق فازها-حذف شاخه‌ها۲

در الگوریتم حذف شاخه‌ها اگر شاخه‌ها به درستی تعیین گردند، مسأله حل یکتایی را ارائه می‌دهد. بنابراین فرآیند بازیابی فاز مستقل از مسیر خواهد بود. از این ویژگی برای بهبود کارآیی دیگر الگوریتم‌ها استفاده می‌شود. الگوریتم ارائه شده در اینجا ترکیبی از دو روش واریانس مشتق فازها و روش حذف شاخه‌ها می‌باشد [۵]. مراحل انجام الگوریتم به شرح ذیل می‌باشد: (۱) ابتدا محل قرار گیری باقی‌مانده‌ها مشخص می‌شود، (۲) شاخه‌ها و درخت‌ها تشکیل و جانمایی می‌شوند، (۳) شاخه‌ها و درخت‌ها کنار گذاشته می‌شوند و (۴) در انتها توسط واریانس مشتق فازها نقشه کیفیتی که اثر گسیختگی‌ها از روی آن برداشته شده است، تعیین می‌شود.

۲-۲- تبدیل به فضای نامنظم به یک فضای منظم

با استفاده از الگوریتم نزدیک‌ترین همسایگی، مسأله‌ی بازیابی فازهای نامنظم را می‌توان به یک مسأله‌ی بازیابی فازهای منظم دو بعدی کاهش داد. در این روش به وسیله‌ی کمترین فاصله‌ی اقلیدسی داده‌ها بر روی گرید منظم درونیابی می‌شوند. بررسی‌ها نشان داده است که مرز داده‌های درونیابی شده با استفاده از روش نزدیک‌ترین همسایگی تقریبا با دیاگرام ورونی[3] یکسان است[۶]. نحوه‌ی انتقال داده‌های یک فضای نامنظم به یک فضای منظم در **شکل ۳**) نمایش داده شده است. بنابراین داده‌ها در یک گرید کارتزین منظم تصویر می‌شوند و با استفاده از راه حل‌های موجود بازیابی می‌شوند.



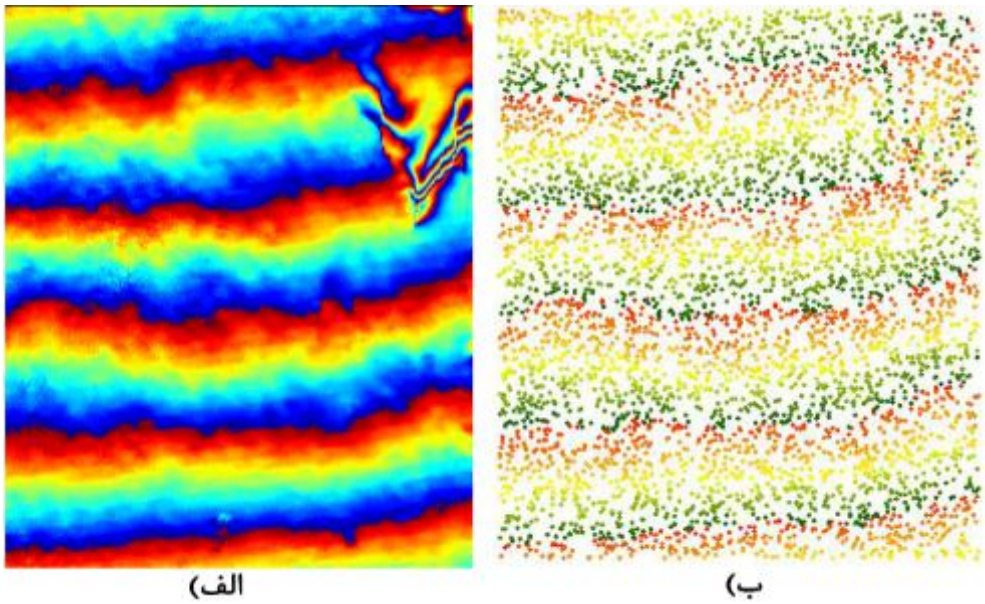
شکل ۳: استفاده از پلی‌گون‌های ورونی برای تبدیل فضای نامنظم به فضای منظم. خطوطمشکی مرزهای پلیگون ورونی و خطوط سبز مثلث‌های دلونی۴ را نمایش می‌دهند. دایره‌های تو خالی بیان‌کننده فازهای فضای نامنظم هستند.

۳- نتایج

در راستای ایجاد یک فضای نامنظم از داده‌های واقعی، میزان یک درصد از نقاط موجود در تداخل نگاشت **شکل ۴**(الف)) که با استفاده از تصاویر ماهواره سنتینل۱ ایجاد شده است، انتخاب شده‌اند. **شکل ۴**(ب) یک تداخل نگاشت نامنظم از منطقه سیرجان کرمان را نمایش می‌دهد. باید به این نکته توجه داشت که در عمل نقاطی که ویژگی‌های فاز

[1] Isolated
[2] Phase derivative values – Branch cut
[3] Voronoi diagram
[4] Delaunay

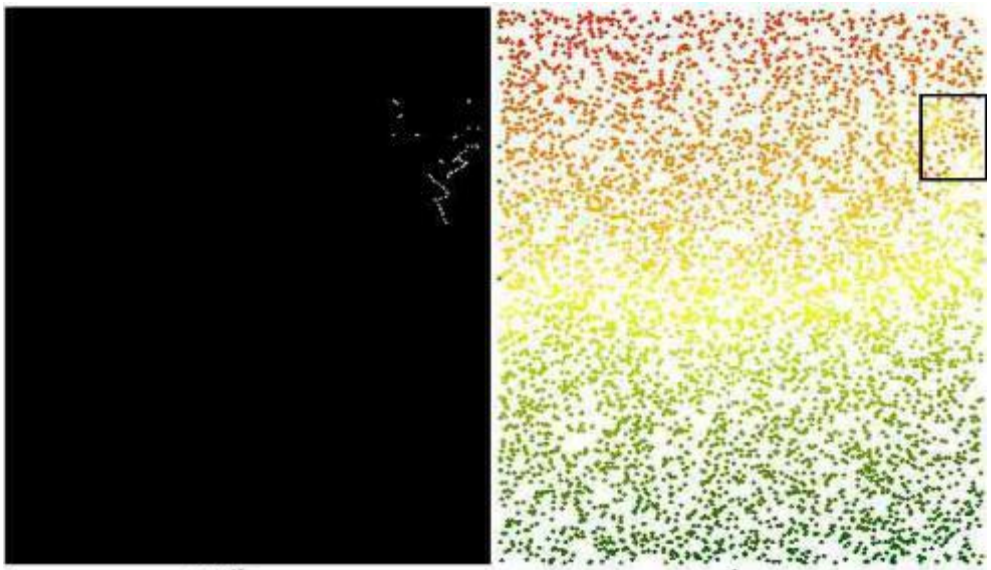
پراکنشی ثابتی دارند به عنوان پراکنش کننده‌ی پایدار شناخته می‌شوند و یک فضای نامنظم را تشکیل می‌دهند. بنابراین می/توان گفت که نقاط پراکنش کننده تقریبا نقاطی عاری از نویز هستند. در این مقاله نیز سعی شده که منطقه مطالعاتی تا حد امکان عاری از نویز باشد.



شکل ۴: تداخل نگاشت ایجاد شده با استفاده ار تصاویر سنتینل۱ در منطقه سیرجان. الف) فضای منظم از تداخل نگاشت واقعی، ب) فضای نامنظم ایجاد شده از داده‌های منظم.

اگرچه در فضای گسسته نیز می‌توان تعریفی مشابه با فضای پیوسته برای باقی‌مانده ارائه داد، اما باید به این نکته توجه داشت که در فضای گسسته نمی‌توان تمامی نقاط باقی‌مانده را در نظر گرفت. این عدم توانایی در تعیین مکان دقیق نقاط باقی‌مانده باعث افزایش وابستگی به مسیر بازیابی فاز و کاهش دقت عملکرد الگوریتم حذف شاخه‌ها می‌شود. در **شکل ۵**(الف)) شاخه‌ها که معادل با محل‌های ناپیوستگی است، نمایش داده شده است. همچنین در **شکل ۵**(ب)) خروجی اعمال الگوریتم حذف شاخه‌ها بر روی فضای نامنظم را می‌توان مشاهده کرد و با توجه به نتایج می‌توان ضعف الگوریتم در بازیابی فاز مناطقی که فرینجها[1] در آن فشرده‌تر هستند را مشاهده کرد، مستطیل مشکی در **شکل ۵**(ب)).

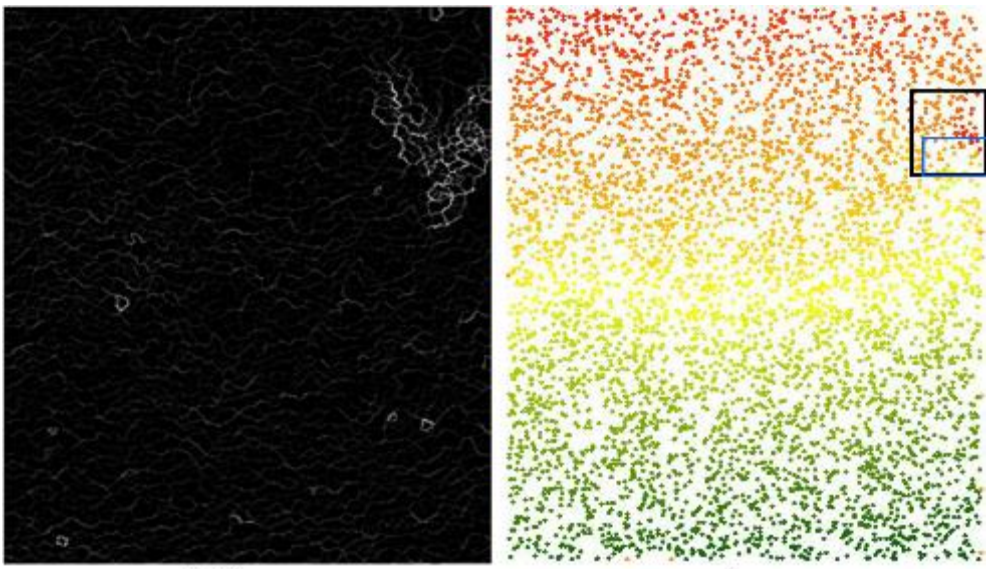
[1] Fringes



الف) ب)

شکل ۵: الف) محل قرارگیری شاخه‌ها در سطح تداخل‌نگاشت. ب) نتیجه اعمال الگوریتم بازیابی فاز حذف شاخه‌ها بر روی داده‌های نامنظم. مستطیل مشکی محدوده‌ی مناطق با فشردگی فرینج‌ها.

با معرفی یک نقشه هزینه بر اساس واریانس مشتق فازها و ترکیب آن با الگوریتم‌های مناطق رشد کننده[1] می‌توان الگوریتم واریانس مشتق فازها را بر روی فازهای تداخل‌سنجی اعمال کرد. **شکل ۶**(الف) نقشه هزینه ایجاد شده بر اساس واریانس مشتق فاز را نمایش می‌دهد. در **شکل ۶**(ب) خروجی این روش بر روی داده‌های نامنظم ارائه شده‌است و می‌توان دید که همچنان در مناطقی با فشردگی فرینج‌ها، مستطیل مشکی **شکل ۶**(ب)، در عملکرد مناسبی دارد.

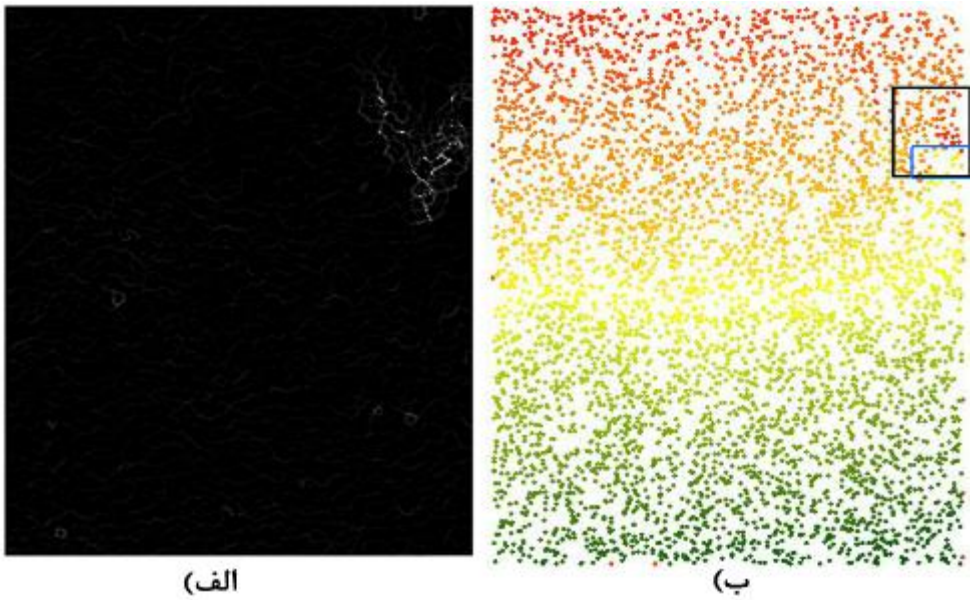


الف) ب)

شکل ۶: الف) نقشه هزینه ایجاد شده بر اساس واریانس مشتق فازها. ب) فازهای تداخل‌سنجی بازیابی شده با استفاده از روش واریانس مشتق فازها. مستطیل مشکی: محدوده‌ی مناطق با فشردگی فرینج‌ها. مستطیل آبی: محدوده‌ی رخ دادن جهش فاز.

[1] Region Growing

همانطور که مشاهده شد روش حذف شاخه‌ها بر خلاف فضای منظم، در فضای نامنظم عملکرد مناسبی ندارد. همچنین دیده شد که بهره‌گیری از واریانس مشتق فازها در فضای نامنظم نتیجه بهتری نسبت روش حذف شاخه‌ها داشت. در ادامه با هدف بهبود نتایج بازیابی فاز از روش واریانس مشتق فازها-حذف شاخه‌ها استفاده شده است. **شکل ۷**(الف)) نقشه هزینه‌ی واریانس مشتق فازها است که با استفاده از محل قرارگیری شاخه‌ها بهبود یافته است. مطابق آنچه در **شکل ۷**(ب)) می‌بینید، به دلیل اضافه شدن اطلاعات مکانی و بهبود نقشه هزینه، این روش نسبت به دو روش قبل عملکرد بهتری دارد. با مقایسه‌ی رفتار فازهای قرار گرفته در مستطیل آبی **شکل ۷**(ب)) با جواب‌های روش واریانس مشتق فاز در همین منطقه، جهش‌های فاز را در جواب‌های روش واریانس مشتق فاز، نقاط سبز رنگ در مستطیل آبی **شکل ۶**(ب))، مشاهده کرد.



شکل ۷: خروجی روش واریانس مشتق فاز-حذف شاخه‌ها. الف) نقشه هزینه، نقاط روشن پرهزینه‌ترین و نقاط تیره کم هزینه-ترین. تاثیر شاخه‌ها را می‌توان در افزایش هزینه پیکسل‌های معادل آن دید. ب) فازهای بازیابی شده توسط واریانس مشتق فاز-حذف شاخه‌ها. مستطیل مشکی: محدوده‌ی مناطق با فشردگی فرینج‌ها. مستطیل آبی: محدوده رخ دادن جهش فاز.

۴- نتیجه‌گیری

در سالیان اخیر به سبب افزایش استفاده از تصاویر ماهواره‌ای بخصوص تصاویر راداری، تکنیک‌های تداخل‌سنجی رادار با روزنه مصنوعی نقش ویژه‌ای در بخش‌های مدیریت بحران ایفا می‌کنند. پایش جابجایی‌های سطح زمین با استفاده از تکنیک تداخل‌سنجی راداری و برنامه‌ریزی در راستای جلوگیری و کاهش خسارات ناشی از جابجایی‌ها مهم‌ترین کاربرد این تکنیک می‌باشد. برای استخراج اطلاعات جابجایی از فازهای تداخل‌سنجی بایستی فازهای تداخل نگاشت بازیابی شوند. به دلیل وجود نقاط نویزی در سطح تداخل نگاشت روش‌های بر مبنای پراکنش کننده‌های پایدار به دنبال انتخاب پیکسل‌های با کمترین احتمال آغشتگی به نویز هستند که نتیجه این روش‌ها یک فضای نامنظم از پیکسل‌هایی با فازهای بازیابی نشده است. یافتن اطلاعات جابجایی از فازهای بازیابی نشده در یک فضای نامنظم به مراتب پیچیده‌تر و سخت‌تر از یک فضای منظم می‌باشد.

یک روش پیشنهادی برای بازیابی فاز در فضای نامنظم تبدیل این فضای نامنظم به یک فضای منظم کمکی که به مراتب اطلاعات فاز آن از اطلاعات فاز فضای منظم اصلی قابل اطمینان‌تر است، می‌باشد. یکی از مناسب‌ترین روش‌ها برای رسیدن به فضای منظم ثانویه، استفاده از مثلث‌بندی دلونی برای درونیابی فازها است. مزیت این روش درونیابی حفظ ماهیت فازها است. پس از انتقال به فضای منظم کمکی می‌توان روش‌های بازیابی فاز در فضای منظم را بر روی

فضای منظم حاصل شده از پراکنش کننده‌های پایدار اعمال کرد. همانطور که در بخش قبل مشاهده شد، برخلاف فضای منظم، به دلیل از دست رفتن اطلاعات مربوط به برخی از باقی‌مانده‌ها، الگوریتم واریانس مشتق فازها در فضای نامنظم نسبت به الگوریتم حذف شاخه‌ها کارآیی بهتری دارد.

مراجع

[1] C. W. Chen y H. A. Zebker, «Network approaches to two-dimensional phase unwrapping: intractability and two new algorithms,» pp. 401-414, 2000.

[2] B. R. Hunt, «Matrix Formulation of the Reconstruction of Phase Values from Phase Diffrences,» pp. 393-399.

[3] D. C. Ghiglia y M. D. Pritt, Two-Dimentional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms and Software, WileyBlackwell, 1998.

[4] R. M. Goldstein, H. A. Zebker y C. L. Werner, «Satelite radar interferometry : Two-dimentional phase unwrapping,» pp. 713-720, 1988.

[5] B. Osmanoglu, T. H. Dixon, S. Wdowinski y E. Cabral-Cano, «On the importance of path for phase unwrapping in synthetic aperture radar interferometry,» vol. 50, pp. 3205-3220, 2011.

[6] P. S. Agram y H. A. Zebker, «Sparse Two-Dimensional Phase Unwrapping Using Regular-Grid Methods,» vol. 6, nº 2, 2009.