



## کالیبراسیون دوربین: مرور کلی مفهوم، روش‌ها و معادلات آن

محمد حامد ساعی<sup>۱</sup>، موسی محمدنیا<sup>۲</sup>، ایمان خسروی<sup>۳\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری، گروه سنجش از دور، موسسه تحقیقاتی آفاق، تهران

۲- دانشجوی کارشناسی، گروه کامپیوتر، موسسه تحقیقاتی آفاق، تهران

۳- دانشجوی دکتری، گروه سنجش از دور، دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، دانشگاه تهران

### چکیده:

کالیبراسیون دوربین به عنوان یک موضوع مهم در فتوگرامتری و بینایی کامپیوتر مورد توجه می‌باشد. اهمیت این موضوع را می‌توان در دو مورد ذکر نمود: هر دوربین بایستی قبل از استفاده، ابتدا کالیبره شود تا اعوجاج عدسی و عناصر توجیه داخلی آن تصحیح شود. علاوه بر این، کالیبراسیون دوربین به عنوان یک گام پیش‌پردازش مهم در بسیاری از کاربردهای بینایی است. این مقاله قصد دارد تا یک مرور کلی از مفهوم، هدف، روش‌ها و معادلات ریاضی در زمینه کالیبراسیون دوربین ارائه دهد.

واژه‌های کلیدی: کالیبراسیون دوربین، فتوگرامتری، اعوجاج عدسی، عناصر توجیه داخلی، عناصر توجیه خارجی

## ۱- مقدمه

در طول چندین سال، پژوهشگران فتوگرامتری و در طی چندسال اخیر، پژوهشگران بینایی کامپیوتر مسأله کالیبراسیون دوربین را مورد توجه فراوانی قرار داده‌اند [۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶ و ۱۷]. هر دوربین جدید بایستی کالیبره شود تا اعوجاج عدسی و عناصر توجیه داخلی آن تصحیح شود. به علاوه، این مسأله یک گام پیش‌پردازش مهم در بسیاری از کاربردهای مهم فتوگرامتری و بینایی کامپیوتر همچون تعیین موقعیت دوربین، بازسازی سه‌بعدی، تعیین موقعیت شی و ناوبری روبات است [۳ و ۵].

هدف کالیبراسیون هندسی یک سیستم دوربین رقومی، بازسازی هندسه‌ی دقیق دسته اشعه‌های ورودی به دوربین در لحظه‌ی عکسبرداری از مشاهدات دو بعدی نقاط روی تصویر حاصل است [۱۸ و ۱۹]. ما در این مقاله به دنبال آن هستیم تا یک مرور کلی از مفهوم، روش‌ها و معادلات کالیبراسیون دوربین ارائه دهیم.

در ادامه، ساختار مقاله بدین‌ترتیب است: در بخش ۲، مفهوم کالیبراسیون دوربین ارائه می‌شود. سپس بخش ۳، هدف کالیبراسیون دوربین را ارائه می‌دهد. روش‌های کالیبراسیون دوربین در بخش ۴ از دید فتوگرامتری و بینایی کامپیوتر معرفی می‌شود. در نهایت، بخش ۵ معادلات ریاضی برای کالیبراسیون تک-تصویری و خودکالیبراسیون چندتصویری را فراهم می‌کند.

## ۲- مفهوم کالیبراسیون دوربین

در فتوگرامتری، کالیبراسیون دوربین به‌عنوان فرآیند تعیین خصوصیات هندسی (مشهور به عناصر توجیه داخلی) یک سیستم دوربین تعریف می‌شود [۲۰]. البته [۱۹] در پژوهش خود، کالیبراسیون دوربین را به‌عنوان یک فرآیند جبران و تصحیح نمودن (یا در واقع مدل‌سازی) خطاهای سیستماتیک سیستم دوربین و فرآیند عکسبرداری تعریف نمود که از طریق آن، خصوصیات هندسی دوربین قابل تعیین بوده و کارایی متریک سیستم دوربین بهبود می‌یابد.

به‌منظور درک بهتر مفهوم کالیبراسیون دوربین، لازم است تا دو اصطلاح عناصر توجیه داخلی و عناصر توجیه خارجی تعریف شود. عناصر توجیه داخلی که به پارامترهای ذاتی یا درونی دوربین نیز مشهور هستند شامل مختصات نقطه‌ی اصلی در سیستم علائم کناری یعنی  $(x_0, y_0)$ ، فاصله‌ی اصلی دوربین  $c$  (یا فاصله‌ی کانونی  $f$ )، پارامتر اعوجاج یا کجی  $(s)$  و نسبت شیب  $(\gamma)$  می‌باشد. در دوربین‌های متریک، پارامترهای  $s = 0$  و  $\gamma \approx 1$  است و تنها سه پارامتر اول  $(x_0, y_0, f)$  لازم است تا در محاسبات استفاده شود ([۲۱، ۲۲ و ۲۳]).

برقراری رابطه‌ی بین سیستم مختصات عکسی و سیستم مختصات زمینی، توجیه خارجی نامیده می‌شود. این کار با تعیین موقعیت مرکز دوربین در سیستم مختصات زمینی انجام می‌شود. برای این منظور نیاز به سه عنصر مختصاتی  $(X_0, Y_0, Z_0)$  (مختصات مرکز دوربین یا مرکز تصویر در سیستم مختصات زمینی) و سه عنصر دورانی  $(\omega, \varphi, \kappa)$  (به‌ترتیب از چپ به راست دوران دوربین نسبت به محورهای  $X$ ،  $Y$  و  $Z$  زمینی) است. به این ۶ عنصر، عناصر توجیه خارجی گفته می‌شود [۲۱].

## ۳- هدف کالیبراسیون دوربین

همانطور که در بخش ۲ به‌طور ضمنی بیان شد، هدف از کالیبراسیون دوربین، تعیین و جبران خطاهای سیستماتیکی است که روی موقعیت هندسی نقاط تصویری تأثیر می‌گذارد [۱۹]. به‌طورکلی، این فرآیند شامل جستجوی هم‌عناصر مربوط به سیستم عدسی و هم‌عناصر مربوط به صفحه‌ی کانونی دوربین است که بدین شرحند [۱۹ و ۲۴]:

۱- مکان نقطه اصلی (در سیستم مختصات علائم کناری)؛

۲- فاصله‌ی کانونی/فاصله‌ی اصلی/ثابت دوربین (کالیبره‌شده)؛

۳- اعوجاج عدسی (شامل اعوجاج شعاعی و خروج از مرکزیت عدسی)؛

۴- هندسه‌ی صفحه‌ی کانونی (صاف بودن صفحه‌ی کانونی، تعامد محورهای مختصات علائم کناری، اندازه‌ی پیکسل‌ها)؛

۵- تغییرات هندسه‌ی داخلی سیستم دوربین مخصوصاً با یک عدسی با قابلیت تمرکز؛

۶- ثبات و استواری پارامترهای کالیبراسیون بالا.

بیشتر مطالعات و پروژه‌های کالیبراسیون هندسی دوربین‌های رقومی با در نظر گرفتن بخش مربوط به عدسی دوربین انجام شده است و تعداد کمی از آن‌ها با جنبه‌های مربوط به سنجنده سر و کار داشته است [۸].

#### ۴- روش‌های کالیبراسیون دوربین

در مقدمه هم اشاره شد که پژوهش‌های فراوانی درباره‌ی کالیبراسیون دوربین عکسبرداری در دو حوزه‌ی فتوگرامتری و بینایی کامپیوتر انجام شده است. در این بخش، دسته‌بندی‌های کالیبراسیون دوربین در این دو حوزه ارائه و بررسی می‌شود.

#### ۴-۱- دسته‌بندی از دید فتوگرامتری

یک دسته‌بندی از روش‌های کالیبراسیون دوربین توسط Faig (۱۹۸۹) از دید فتوگرامتری انجام شده است که به صورت زیر می‌باشد [۱۹]:

#### ۴-۱-۱- پیش/پس کالیبراسیون

این دسته، بیان‌گر کالیبراسیون آزمایشگاهی متداول، قاب آزمون و روش ستاره‌ای است. در این حالت، پارامترهای کالیبراسیون ثابت باقی می‌ماند یا مطابق با یک الگوی معین در طول ارزیابی متعاقب آن، تغییر می‌کند. خصوصیات کلی این دسته کالیبراسیون این است که در آن، پردازش کالیبراسیون و ارزیابی به‌طور جداگانه انجام می‌شود [۱۹].

#### ۴-۱-۲- کالیبراسیون در کار

در این روش، کالیبراسیون و ارزیابی یا به صورت ترکیبی و یا به صورت دنباله‌ای (با احتساب پارامترهای کالیبراسیون به‌عنوان مجهول) انجام می‌پذیرد. به‌منظور محاسبه‌ی این پارامترها، نقاط کنترل زمینی اضافی لازم است [۲ و ۲۵].

#### ۴-۱-۳- خودکالیبراسیون

گاهی اوقات اصطلاح کالیبراسیون در کار با خودکالیبراسیون اشتباه می‌شود. در صورتی که در خودکالیبراسیون نیاز به هیچ نقطه‌ی کنترلی برای حل پارامترهای کالیبراسیون نیست [۲]. این روش‌ها از استحکام و اتصال هندسی تصاویر هم‌پوشش‌دار برای تعیین این پارامترها استفاده می‌کند. بنابراین، برخلاف روش در کار که می‌تواند یا روی تک تصویر یا روی چند تصویر پیاده‌سازی شود، روش خودکالیبراسیون تنها هنگامی معتبر و قابل استفاده است که تصاویر هم‌پوشانی موجود باشد [۱۹].

Brown (۱۹۸۹) اظهار داشت که برای انجام یک خودکالیبراسیون موفق، تحقق چندین معیار اساسی لازم است [۲]: (۱) یک شی بایستی حداقل در سه تصویر توسط یک دوربین منفرد وجود داشته باشد. (۲) هم هندسه‌ی داخلی دوربین و هم نقطه‌ای که روی شی اندازه‌گیری می‌شود بایستی درحین فرآیند مشاهده پایدار و ثابت باقی بماند. (۳) شبکه‌ی فتوگرامتری بایستی مستحکم باشد و یک درجه‌ی بالایی از همگرایی را به کار بباندازد. (۴) حداقل یک تصویر بایستی دارای یک زاویه‌ی تیلت (حول امتداد پرواز) خیلی متفاوت از سایر تصاویر باشد. (۵) و تعداد نسبتاً زیادی نقاط خوب توزیع‌شده بایستی به‌کار گرفته شود.

با برآورده شدن این نیازها، وی بیان کرد که «یک فرآیند کالیبراسیون رضایت‌بخش و قابل قبول می‌تواند به‌عنوان یک بخش جدایی‌ناپذیر از مثلث‌بندی بدون نیاز به هیچ گونه نقطه کنترلی انجام شود». با این حال مشکل سرشکنی دسته‌اشعه‌ی خودکالیبراسیون، دستیابی به تصاویری است که دارای یک تنوع کافی از زوایای دوربین باشد [۲].

#### ۴-۲- دسته‌بندی از دید بینایی کامپیوتر

در بینایی کامپیوتر سه‌بعدی، کالیبراسیون دوربین یک گام ضروری جهت استخراج اطلاعات متریک از تصاویر دو بعدی است [۸ و ۲۳]. از این نقطه‌نظر، یک دسته‌بندی برای روش‌های کالیبراسیون دوربین براساس بعد اشیای کالیبراسیون انجام می‌شود که به صورت زیر است [۲۶]:

#### ۴-۲-۱- کالیبراسیون بر مبنای اشیای سه بعدی

این روش جزو روش‌های قدیمی محسوب می‌شود که در آن، کالیبراسیون دوربین با مشاهده‌ی یک شیء کالیبراسیون که موقعیت هندسی آن در فضای سه بعدی با دقت خیلی خوب معلوم است انجام می‌شود. شیء کالیبراسیون معمولاً شامل صفحات الگوی دو یا سه بعدی عمود بر یکدیگر با مربعهای کوچک همانند صفحه‌ی شطرنجی بر روی وجوه خود است. در برخی پژوهش‌ها، یک صفحه تحت یک انتقال دقیقاً معلوم استفاده شده که متعاقباً نقاط مرجع سه‌بعدی فراهم می‌کند [۸].

الگوریتم‌هایی که برای این دسته به کار گرفته شده است به دو نوع کلی قابل تقسیم است: ۱- محاسبه‌ی مستقیم پارامترها؛ ۲- استفاده از ماتریس تصویر [۲۷]. یکی از عوامل تعیین کننده‌ی دقت کالیبراسیون در این روش، ابعاد پنجره‌های شطرنجی واقع بر روی صفحات الگو است. همچنین این روش نیازمند این است که موقعیت فضایی الگو به‌درستی در آن مشخص شود. بنابراین دقت اندازه‌گیری متریک از فضای بیرونی نیز در دقت کالیبراسیون تأثیر مستقیم دارد. با این حال، این روش به یک ابزار کالیبراسیون گران و یک تنظیم کاملاً ماهرانه نیاز دارد [۸]. علاوه بر این وارد شدن نقش کاربر در حین اجرای الگوریتم و هزینه‌ی محاسباتی و پیچیدگی ریاضی بالا در این روش، از جمله چالش‌های این روش محسوب می‌شود [۲۸].

#### ۴-۲-۲- کالیبراسیون بر مبنای اشیای دو بعدی

در این نوع، یک الگوی صفحه‌ای مانند در تعدادی جهات مختلف مشاهده می‌شود. در این دسته، دانش مربوط به حرکت صفحه مورد نیاز نیست و از آنجایی که تقریباً هرکسی می‌تواند یک چنین الگوی کالیبراسیونی بسازد، لذا تنظیمات کالیبراسیون دوربین آسان است.

با این حال در این روش لازم است تا الگوی کالیبراسیون از جهات مختلف (حداقل سه جهت مختلف) تصویربرداری شده و سپس کالیبراسیون توسط تصاویر اخذشده انجام شود [۲۹]. تعداد تصاویر بالا که از جهات مختلف اخذ می‌شود اگرچه سبب قابل قبول بودن دقت این روش (با در نظر گرفتن مسأله‌ی بهینه‌سازی) می‌شود، با این حال، افزایش حجم اطلاعاتی و پردازش‌های زیاد را به همراه خواهد داشت [۲۸].

#### ۴-۲-۳- کالیبراسیون بر مبنای اشیای یک بعدی

اشیای کالیبراسیونی این دسته، از یک مجموعه نقاط هم‌خط (همچون آنتن تلویزیون، خط کش و چوب باریک) تشکیل شده است و دوربین می‌تواند با مشاهده‌ی یک خط متحرک حول یک نقطه‌ی ثابت کالیبره شود [۸]. در این روش، سه نقطه روی الگو (ابتدا، وسط و انتها) تعیین شده، سپس کالیبراسیون با چرخاندن الگو حول یک نقطه‌ی ثابت و گرفتن حداقل ۶ تصویر از آن انجام می‌شود [۳۰]. یافتن آسان الگوی کالیبراسیون از مزایای این روش است. با این حال، حجم محاسبات آن نسبتاً بالاست [۲۸].

براساس این دسته‌بندی، خودکالیبراسیون می‌تواند به‌عنوان روش صفر بعدی در نظر گرفته شود چرا که این روش از هیچ شی کالیبراسیونی استفاده نمی‌کند و تنها نقاط تصویری متناظر موردنیاز است. اگر تصاویر توسط یک دوربین یکسان با پارامترهای داخلی ثابت اخذ شده باشد، تناظرهای بین سه تصویر جهت بازیابی هم عناصر توجیه داخلی و هم عناصر توجیه خارجی کافی است تا به ما اجازه بدهد که ساختار سه‌بعدی اولیه را بازسازی کنیم. اگرچه در این روش به هیچ شیء کالیبراسیونی نیاز نیست، با این حال تعداد زیادی پارامتر بایستی تخمین زده شود که این امر باعث ایجاد یک مسأله‌ی ریاضی سخت‌تر و پیچیده‌تر می‌شود [۲۶].

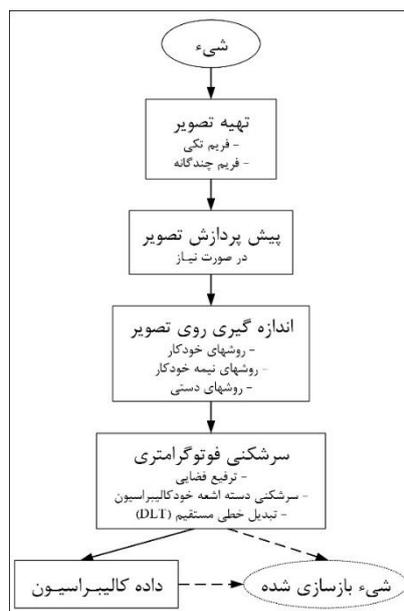
پژوهش‌هایی سعی در بهبود روش‌های موجود در این دسته‌بندی دارند. در [۲۸] یک الگوریتم خودکار برای کالیبراسیون مبتنی بر اشیای سه‌بعدی انجام شد که در آن به کمک تنها ۴ نقطه‌ی ویژگی از یک تصویر با استفاده از خاصیت رنگی بودن تصویر و اضافه کردن یک الگوریتم آشکارساز گوشه، فرآیند کالیبراسیون با سرعتی بالاتر و حجم اطلاعاتی کمتر با دقتی مطلوب انجام شد. لازم به ذکر است که در این روش، گوشه‌های مربع‌های قرار گرفته روی وجوه مکعب از تصاویر استخراج شدند.

#### ۴-۳- سایر دسته‌بندی‌ها

Li (۱۹۹۹) یک دسته‌بندی دیگر برای کالیبراسیون دوربین‌های رقومی انجام داده است. وی بر اساس نحوه‌ی به‌دست آوردن و تعیین پارامترهای کالیبراسیون، همه‌ی روش‌های کالیبراسیون دوربین را به دو دسته‌ی روش‌های منفرد و ترکیبی گروه‌بندی کرده است [۱۹].

در روش‌های منفرد، برخی پارامترهای کالیبراسیون که توصیف‌کننده‌ی اعوجاج عدسی، مکان نقطه‌ی اصلی و ناهمواری دوربین است، به‌طور مجزا و جداگانه از یکدیگر تعیین می‌شود. این کار مبتنی بر روش‌های تجربی یا تحلیلی با کمک وسایل مخصوص به خود نظیر یک پرتو لیزر، کولیماتورها یا یک گونیامتر انجام می‌شود. روش‌های آزمایشگاهی سنتی به این گروه تعلق دارد. مهم‌ترین نقطه‌قوت این روش‌ها، استقلال نسبی پارامترهای کالیبراسیون است که نتایج را معتبرتر و بااطمینان‌تر می‌کند. با این حال از نقاط ضعف این روش‌ها می‌توان به زمان محاسبات بالا و نیاز به وسایل‌های مخصوص اشاره کرد. به‌علاوه، سیستم‌های دوربین بایستی برای کالیبراسیون جدا شود و در اغلب موارد، کالیبراسیون سیستم از ارزیابی داده جدا می‌شود. بنابراین برای برخی سیستم‌های دوربین رقومی، تغییرات هندسه‌ی درونی‌شان ممکن است نتایج کالیبراسیون را بی‌معنا کند اگر تغییرات، پیش‌بینی نشده باشد [۱۹].

در مقایسه با روش‌های منفرد، روش‌های ترکیبی به‌طور وسیعی استفاده می‌شود که می‌تواند مکان نقطه‌ی اصلی، فاصله‌ی اصلی، پارامترهای اعوجاج عدسی و حتی بخشی از اطلاعات سنجنده (تعامل و افاینیتی) را به‌صورت هم‌زمان و براساس رابطه‌ی بین یک قاب آزمون تشکیل‌شده از یک آرایه‌ی اهداف مختصات‌دار دقیق و تصویر اعوجاج یافته‌ی آن تعیین نماید. چارچوب این روش‌ها در شکل ۱ آورده شده است. پارامترهای کالیبراسیون می‌تواند یا مبتنی بر تقاطع تصویر تک فریم یا چند فریم تعیین شود اگر تعداد نقاط کنترل کافی وجود داشته باشد. هم‌چنین این پارامترها می‌تواند هم‌زمان با پارامترهای توجیه خارجی و مختصات زمینی از سرشکنی دسته‌اشعه مشخص شود. کالیبراسیون درکار و خودکالیبراسیون می‌تواند در این گروه در نظر گرفته شود، با در نظر گرفتن تفاوت آن‌ها در نیاز به نقاط کنترل. گروه دوم را می‌توان براساس مدلسازی ریاضی خط‌های سیستماتیک دوربین در نظر گرفت [۱۹].



شکل ۱. چارچوب روش‌های ترکیبی برای کالیبراسیون دوربین [۱۹].

علاوه بر دسته‌بندی قبلی، یک دسته‌بندی دیگر توسط Liu (۱۹۸۲) ارائه شد. از نقطه نظر او، کالیبراسیون یک دوربین، چه متریک و چه غیرمتریک، می‌تواند به دو دسته کلی تقسیم‌بندی شود: روش‌های فیزیکی و تحلیلی [۲۲]. روش‌های فیزیکی اغلب کالیبراسیون آزمایشگاهی نامیده می‌شود. بهره‌گیری از وسایل نوری همچون گونیامتر و مولتی کولیماطور، دو روش مهم در این گروه است [۲۴]. این روش‌ها، براساس مشخصات فیزیکی مولفه‌های دوربین انجام می‌شود و برای دوربین‌های متریک کاربرد بیشتری دارد [۲۲].

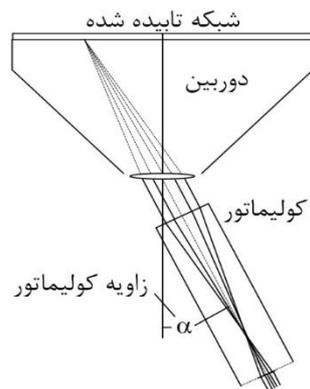
برخلاف روش‌های فیزیکی، روش‌های کالیبراسیون تحلیلی از تعدادی نقاط کنترل استفاده می‌کند که با این کار شرایط هندسی فراهم شده و پارامترهای دوربین درون این شرایط هندسی تعیین می‌شود. این روش‌ها برای کالیبراسیون هر نوع دوربینی کاربرد دارد. در طی ۲۰ سال گذشته، روش‌های تحلیلی متعددی جهت کالیبراسیون دوربین‌های متریک و غیرمتریک توسعه یافته است. کالیبراسیون صحرائی، ستاره‌ای، قاب آزمون، خطوط شاغولی و خودکالیبراسیون از مهمترین روش‌های این گروه است [۲۲].

در ادامه قصد داریم تا بخشی از مهمترین روش‌های کالیبراسیون ذکر شده را به‌طور مجمل توضیح دهیم.

#### ۴-۳-۱- روش گونیامتر

روش گونیامتر، شامل قراردادن یک شبکه‌ی دقیق، مصطلح به نام رزیو، روی صفحه‌ی تصویر دوربین و تاباندن نور به آن از پشت است به‌گونه‌ای که تصاویر خطوط شبکه درون فضای شیء تصویر شود [۲]. عدسی‌ها معمولاً به کمک یک کولیماطور که حول نود جلویی عدسی چرخیده، با قراردادن فاصله‌ی کانونی در بی‌نهایت کالیبره می‌شود. برای تعیین موقعیت نقطه‌ی اصلی از اصول کولیماسیون خودکار استفاده می‌شود.

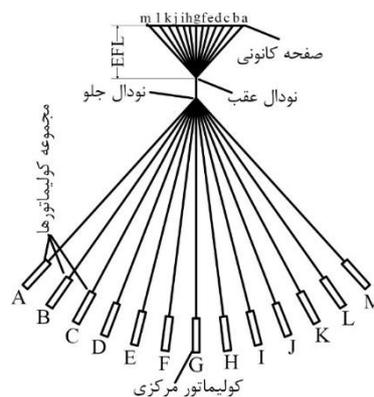
Hellert (۱۹۶۰) اصول گونیامتر را اینگونه توصیف کرد [۲]: یک شبکه‌ی دقیق دارای خطوطی با آرایه‌های منظم و فواصل ۱۰ میلیمتری استفاده می‌شود. با قراردادن خطوط شبکه روی صفحه‌ی کانونی دوربین و تاباندن آن از طریق عدسی بر روی دیوار و مقایسه‌ی دو شبکه عناصر توجیه داخلی مشخص می‌شود (شکل ۲).



شکل ۲. اصول گونیامتر کولیماتور متحرک [۲].

#### ۴-۳-۲- روش چند کولیماتور

مولتی کولیماتورها دارای اصول بسیار مشابه با گونیامترها البته در یک روند معکوس است. کولیماتورها می‌تواند به‌عنوان تلسکوپ‌هایی با تارهای دوربینی روشن که در بی‌نهایت متمرکز شده و به یک عدسی از جهات گوناگون هدف‌گیری می‌کند در نظر گرفته شود [۲۴].



شکل ۳. مجموعه‌ای از سیزده کولیماتور برای کالیبره کردن دوربین [۲].

روش کار بدین صورت است: کولیماتورها که نسبت به هم دارای زاویه‌ی کاملاً دقیقی است به سمت یک دوربین هوایی قرار می‌گیرد. یک شیشه به جای فیلم در داخل دوربین قرار داده می‌شود. دوربین از کولیماتورها عکسبرداری می‌کند. هر یک از کولیماتورها شامل یک عدسی و یک علامت (+) است که برای عدسی در بی‌نهایت قرار دارد. لذا اشعه‌های خروجی علامت (+) از عدسی کولیماتور عبور کرده و به صورت موازی خارج می‌شود. چون دوربین هوایی برای این دسته‌اشعه‌های موازی تنظیم شده زمانی که اشعه‌ها به دوربین می‌رسد، روی صفحه‌ی کانونی دوربین واقع شده و تصویری کاملاً واضح به‌وجود می‌آید. با داشتن مختصات زمینی همه‌ی کولیماتورها از طریق یک نقشه‌برداری دقیق، اعوجاجات عدسی در یک حالت مشابه با اصول گونیامتر قابل محاسبه است [۲]. شکل (۳)، اصول این روش را نشان می‌دهد.

#### ۴-۳-۳- روش صحرائی/زمینی

در این روش، از تعدادی علائم از قبل احداث شده روی زمین که موقعیتشان نسبت به محل دوربین از روش‌های نقشه‌برداری دقیق مشخص شده، عکسبرداری می‌شود. سپس با مقایسه‌ی مختصات‌های زمینی علائم با مختصات تصویریشان روی عکس، پارامترهای کالیبراسیون دوربین مشخص می‌شود [۲۴].

## ۴-۳-۴- روش ستاره‌ای

در روش ستاره‌ای، از تعدادی ستاره عکسبرداری و زوایای مربوط به تصویر ستاره اندازه‌گیری شده و سپس با مقدار واقعی مطابقت داده می‌شود [۲۴]. موقعیت زاویه‌ای ستارگان بایستی با یک درجه‌ی بالایی از دقت و تکرارپذیری اندازه‌گیری شود. Shmid (۱۹۷۴) کالیبراسیون ستاره‌ای عدسی Orbigon را توصیف کرد. خطای استاندارد در موقعیت ستارگان کمتر از ۰/۴ ثانیه بود. در این پژوهش، بیش از ۲۰۴۲۰ تصویر ستاره، روی هر صفحه قابل مشاهده بود. یک آسیب این روش، نیاز به شناسایی هر ستاره و به کار بردن تصحیحات انکسار جوی و ابیریشن روزانه بود. با این حال، تعداد زیاد مشاهدات باعث امکان پذیر شدن فرآیند تخمین کمترین مربعات شد. همچنین فاصله‌ی کانونی کالیبره‌شده، نقطه‌ی اصلی عکسی، نقطه‌ی اصلی تقارن، اعوجاج شعاعی و مماسی و زاویه‌ی توجیهی اعوجاج مماسی استفاده شدند [۲].

## ۴-۳-۵- روش قاب آزمون

روش کالیبراسیون قاب آزمون که به کالیبراسیون جسم مرجع نیز مشهور است در واقع استفاده از تصاویر یک شیء (۳ بعدی) با موقعیت هندسی معلوم و دقیق می‌باشد. اصول کار بدین صورت است که از قاب آزمون یا همان جسم مرجع که مختصات سه بعدی نقاط هدف آن معلوم است، چندین تصویر اخذ می‌شود. سپس مختصات عکسی نقاط هدف اندازه‌گیری می‌شود. در نهایت با استفاده از یک فرآیند تخمین کمترین مربعات به کمک مشاهدات، پارامترهای اعوجاج، توجیه داخلی و توجیه دوربین محاسبه می‌شود.

یک سری نیازهایی که برای انجام این روش بایستی در نظر گرفت عبارت است از: قاب آزمون بایستی دارای موقعیت بسیار دقیق و در طول زمان پایدار و ثابت باشد. هندسه‌ی شبکه نیز باید پایدار باشد. همچنین باید مقادیر تقریبی از پارامترهای توجیه داخلی و توجیه خارجی دوربین در اختیار باشد [۳۱، ۳۲]. برای قاب آزمون، ابعاد مختلفی در اندازه‌های میلی‌متر تا متر می‌توان در نظر گرفت. در شکل ۴، برخی از قاب آزمون‌ها در اندازه‌های مختلف به صورت نمونه آورده شده است.



پ

ب

الف

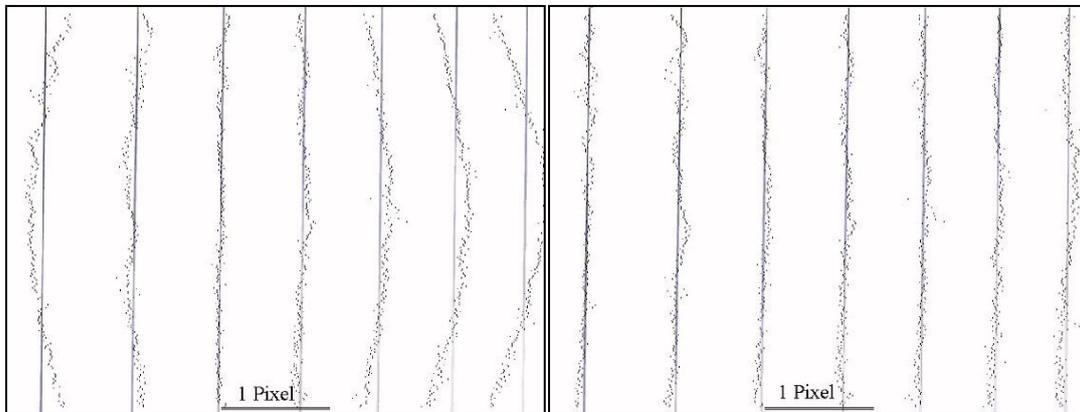
شکل ۴. قاب آزمون‌های مختلف برای کالیبراسیون با اندازه‌های: (الف)  $۴ \times ۲.۵ \times ۱.۵$  متر تهیه توسط نقشه‌برداری؛ (ب)  $۵۰ \times ۵۰ \times ۳۰$  سانتیمتر تهیه توسط فتوگرامتری تفکیک‌پذیری بالا؛ (پ)  $۱۰ \times ۱۰ \times ۱۴$  میلی‌متر تهیه توسط لیزر [۲۸].

## ۴-۳-۶- روش خطوط شاغولی

روش خطوط شاغولی اولین بار توسط Brown (۱۹۷۱) برای کالیبره کردن اعوجاجات عدسی به کار برده شد. این روش بر این فرضیه استوار است که در غیاب اعوجاج، یک خط مستقیم در فضای شیء (زمینی) به‌عنوان یک خط مستقیم در فضای عکس، تصویر خواهد شد [۳۳]. ولی در واقعیت، به دلیل وجود اعوجاج (شعاعی و خروج از مرکزیت)، تصویر یک خط عکسبرداری شده روی صفحه‌ی عکس یک خط مستقیم نخواهد شد [۳۴]. بنابراین می‌توان گفت انحرافات از خطی بودن در یک تصویر به‌طور مستقیم مربوط به اعوجاج عدسی می‌باشد.

مدلسازی و فرموله کردن روش خطوط شاغولی، بر این اساس است که خطوط مستقیمی به یک سری مختصات رقومی شده‌ی  $x, y$  مشاهده‌ی شده روی صفحه‌ی عکس برازش دهیم. انحرافات این خطوط از مستقیم بودن، به اعوجاج شعاعی و خروج از مرکزیت عدسی منسوب می‌شود (شکل ۵الف). به عبارت دیگر، هر نقطه‌ی رقومی شده می‌تواند به عنوان یک موقعیت «درست» بعلاوه‌ی اثرات اعوجاج شعاعی و خروج از مرکزیت در نظر گرفته شود. برای احتساب اثرات اعوجاج خروج از مرکزیت، لازم است تا مجموعه‌ای از هم خطوط تقریباً افقی و هم خطوط تقریباً قائم، رقومی شود [۳۴].

به عنوان مثال، فرض کنید برای ۱۰ خط افقی و ۱۰ خط قائم، ۵۰ نقطه (برای هر خط) رقومی شده است، یعنی ۱۰۰۰ جمله داده که برای توصیف ۲۰ خط به‌علاوه‌ی پارامترهای  $x_p, y_p$  (مختصات نقطه‌ی اصلی)،  $k_1, k_2, k_3$  (پارامترهای اعوجاج شعاعی) و  $P_1, P_2$  (پارامترهای اعوجاج خروج از مرکزیت) موجود است. با اعمال این تصحیحات به تصویر شکل (۵ الف)، شکل (۵ ب) حاصل می‌شود.



ب

الف

شکل ۵. اصول روش خطوط شاغولی: (الف) قبل از تصحیح. بهترین برازش داده‌های خط شاغولی به یک خط مستقیم. (ب) بعد از اعمال تصحیحات. بهترین برازش به داده‌های تصحیح‌شده به یک خط مستقیم [۲].

## ۵- معادلات ریاضی کالیبراسیون

### ۵-۱- کالیبراسیون تک تصویری

معادلات ریاضی کالیبراسیون دوربین‌های عکسبرداری (متریک و غیرمتریک) با استفاده از روش تک‌عکس، در واقع همان تقاطع فضایی مبتنی بر شرط هم‌خطی است. این معادلات به شکل رابطه (۱) [۱۹]:

$$x - x_0 + \Delta x = c X^* / Z^*, \quad y - y_0 + \Delta y = c Y^* / Z^* \quad (۱)$$

هستند که در آن،  $x, y$  مختصات عکسی،  $c, x_0, y_0$  عناصر اصلی توجیه داخلی،  $\Delta x, \Delta y$  پارامترهای اضافی که تأثیرات سیستماتیک را مدلسازی کرده و می‌تواند تابعی از عناصر اصلی توجیه داخلی، اعوجاجات شعاعی  $(k_1, k_2, k_3)$  و خروج از مرکزیت عدسی  $(p_1, p_2, p_3)$  باشد، به صورت رابطه (۲) [۱۹]:

$$\Delta x = f_x(c, x_0, y_0, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, p_3), \quad \Delta y = f_y(c, x_0, y_0, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, p_3) \quad (۲)$$

و هم‌چنین داریم:

$$\begin{aligned} X^* &= m_{11}(X - X_0) + m_{12}(Y - Y_0) + m_{13}(Z - Z_0) \\ Y^* &= m_{21}(X - X_0) + m_{22}(Y - Y_0) + m_{23}(Z - Z_0) \\ Z^* &= m_{31}(X - X_0) + m_{32}(Y - Y_0) + m_{33}(Z - Z_0) \end{aligned} \quad (۳)$$

در این رابطه،  $X$ ،  $Y$  و  $Z$  مختصات زمینی یک نقطه،  $X_o$ ،  $Y_o$  و  $Z_o$  مختصات زمینی مرکز تصویر و  $m_{ij}$  درایه‌های ماتریس دورانی بین سیستم مختصات زمینی و عکسی است [۱۹].

با داشتن نقاط کنترل زمینی معلوم، همه‌ی مجهولات (عناصر اصلی توجیه داخلی، عناصر توجیه خارجی و پارامترهای اضافی) می‌تواند به‌طور همزمان حل شود. به کمک یک فرآیند سرشکنی کمترین مربعات و با استفاده از نقاط کنترل اضافی این امر امکان‌پذیر است. در این حالت، ابتدا معادلات مشاهدات تشکیل شده و سپس با روش معادلات نرمال حل می‌گردد:

$$V = B\delta + L \quad \text{رابطه (۴)}$$

$$N\delta + W = 0 \quad \text{رابطه (۵)}$$

$$\delta = -N^{-1}W \quad \text{رابطه (۶)}$$

رابطه (۴)، معادله‌ی اصلی مشاهدات است که در آن،  $V$  بردار باقیمانده،  $B$  ماتریس طراحی یا ضرایب،  $L$  بردار مشاهدات و  $\delta$  بردار مجهولات که شامل پارامترهای اصلی توجیه داخلی، پارامترهای توجیه خارجی و همه‌ی پارامترهای اضافی است. رابطه‌های (۵) و (۶) به ترتیب، معادلات نرمال و جواب نرمال متناظر با معادله‌ی مشاهدات رابطه (۶) است.

البته مبتنی بر شکل‌های تابع  $\Delta x$  و  $\Delta y$ ، روش‌های مدل‌سازی خطاهای سیستماتیک می‌تواند به مدل‌های فیزیکی، جبری یا ترکیبی از هر دو تقسیم شود [۱۹]. روش‌های اول مبتنی بر خصوصیات فیزیکی معلوم سیستم‌های دوربین همچون اعوجاجات شعاعی و مماسی عدسی، تغییر مقیاس و عدم تعامد محورهای تصویر است. در واقع، اصول این روش‌ها مدل‌سازی علت یا دلیل تغییرات تصویری است. بنابراین این دسته به مدل‌های علی مشهور است که بیشترین آن‌ها توسط Fraser (۱۹۹۷) ارائه شده است [۱۹]. جدول ۱، برخی مدل‌های فیزیکی برای مدل‌سازی خطاهای سیستماتیک در سیستم دوربین رقومی را نشان می‌دهد.

جدول ۱: مدل‌های فیزیکی رایج استفاده‌شده در برخی پروژه‌های کالیبراسیون دوربین رقومی [۱۹].

معنی فیزیکی پارامترهای اضافی	شکل مدل	پروژه‌ها
$k_1, k_2, k_3$ ضرایب اعوجاج شعاعی عدسی $p_1, p_2$ ضرایب اعوجاج خروج از مرکزیت $s_x$ فاکتور مقیاس در جهت $x$ $a$ فاکتور برش	$\Delta x = \Delta x_0 - \frac{\bar{x}}{c} \Delta c - s_x \bar{x} + a\bar{y} + \bar{x}(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)$ $+ p_1(r^2 + 2\bar{x}^2) + 2p_2 \bar{x}\bar{y}$ $\Delta y = \Delta y_0 - \frac{\bar{y}}{c} \Delta c + a\bar{x} + \bar{y}(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)$ $+ 2p_1 \bar{x}\bar{y} + p_2(r^2 + 2\bar{y}^2)$	a ۱۹۹۲ Bayer
$\Delta s_v, \Delta s_h$ مقیاس تفاضلی بین اندازه‌ی پیکسل افقی و قائم به ترتیب $\Delta s_\phi$ غیر عمودبودن محورهای پیکسلی	$\Delta x = \Delta s_h \bar{x} + \Delta s_v \Delta \phi \bar{y} + \bar{x}(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)$ $+ p_1(r^2 + 2\bar{x}^2) + 2p_2 \bar{x}\bar{y}$ $\Delta y = \Delta s_v \bar{y} + \bar{y}(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)$ $+ 2p_1 \bar{x}\bar{y} + p_2(r^2 + 2\bar{y}^2)$	Burner و همکاران (۱۹۹۰)
$a_1, a_2$ ضرایب اعوجاج شعاعی عدسی $a_3, a_4$ ضرایب اعوجاج خروج از مرکزیت	$\Delta x = \bar{x}(a_1 r^2 + a_2 r^4) + a_3(r^2 + 2\bar{x}^2) + 2a_4 \bar{x}\bar{y}$ $\Delta y = \bar{y}(a_1 r^2 + a_2 r^4) + 2a_3 \bar{x}\bar{y} + a_4(r^2 + 2\bar{y}^2)$	Edmundson و همکاران (۱۹۹۱)
$\Delta c$ تغییرات فاصله‌ی اصلی $b_1, b_2$ ضرایب اعوجاج درون صفحه‌ای، که $b_1$ مربوط به مقیاس تفاضلی بین اندازه‌ی پیکسل افقی و قائم و $b_2$ مدل‌سازی برای غیراورتوگونال بودن محورها.	$\Delta x = -\frac{\bar{x}}{c} \Delta c + \bar{x}(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)$ $+ p_1(r^2 + 2\bar{x}^2) + 2p_2 \bar{x}\bar{y} + b_1 \bar{x} + b_2 \bar{y}$ $\Delta y = -\frac{\bar{y}}{c} \Delta c + \bar{y}(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)$ $+ 2p_1 \bar{x}\bar{y} + p_2(r^2 + 2\bar{y}^2)$	Fraser و همکاران (۱۹۹۵)

معنی فیزیکی پارامترهای اضافی	شکل مدل	پروژه‌ها
$A_1, A_2, r_0$ پارامترهای اعوجاج شعاعی $B_1, B_2$ پارامترهای اعوجاج خروج از مرکزیت	$\Delta x = A_1(r^2 - r_0^2)\bar{x} + A_2(r^4 - r_0^4)\bar{x} + B_1(\bar{y}^2 + 3\bar{x}^2) + 2B_2\bar{x}\bar{y}$ $\Delta y = A_1(r^2 - r_0^2)\bar{y} + A_2(r^4 - r_0^4)\bar{y} + 2B_1\bar{x}\bar{y} + B_2(\bar{x}^2 + 3\bar{y}^2)$	Heipke و همکاران (۱۹۹۲)
$k_1, k_2, k_3$ ضرایب اعوجاج شعاعی عدسی $p_1, p_2$ ضرایب اعوجاج خروج از مرکزیت $A, B$ ضرایب تغییر مقیاس و غیرعمودبودن محورهای مختصات	$\Delta x = \bar{x}(k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6) + p_1(r^2 + 2\bar{x}^2) + 2p_2\bar{x}\bar{y} + A\bar{y}$ $\Delta y = \bar{y}(k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6) + 2p_1\bar{x}\bar{y} + p_2(r^2 + 2\bar{y}^2) + B\bar{y}$	Faig و Li (۱۹۹۶)
همانند قبلی	$\Delta x = \bar{x}(k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6) + p_1(r^2 + 2\bar{x}^2) + 2p_2\bar{x}\bar{y}$ $\Delta y = \bar{y}(k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6) + 2p_1\bar{x}\bar{y} + p_2(r^2 + 2\bar{y}^2)$	Lichti و Chapman (۱۹۹۵ و ۱۹۹۷)
همانند قبلی	$\Delta x = \bar{x}(k_1r^2 + k_2r^4) + p_1(r^2 + 2\bar{x}^2) + 2p_2\bar{x}\bar{y}$ $\Delta y = \bar{y}(k_1r^2 + k_2r^4) + 2p_1\bar{x}\bar{y} + p_2(r^2 + 2\bar{y}^2)$	Peterson و همکاران (۱۹۹۳)
$k$ تصحیح مقیاس برای مختصات‌های $x$ $l_1, l_2$ ضرایب اعوجاج شعاعی عدسی $p_1, p_2, p_3$ ضرایب اعوجاج خروج از مرکزیت عدسی	$\Delta x = \bar{x}(k + l_1r^2 + l_2r^4) + [p_1(r^2 + 2\bar{x}^2) + 2p_2\bar{x}\bar{y}](1 + p_3r^2)$ $\Delta y = \bar{y}(l_1r^2 + l_2r^4) + [2p_1\bar{x}\bar{y} + p_2(r^2 + 2\bar{y}^2)](1 + p_3r^2)$	Wong و همکاران (۱۹۹۰) Wong و Wiley (۱۹۹۰)
$\bar{x} = x - x_0, \bar{y} = y - y_0$ یعنی $(x_0, y_0)$ مختصات عکسی نقاط نسبت به نقطه‌ی اصلی $r = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}$ فاصله‌ی شعاعی از نقطه‌ی اصلی تا نقطه‌ی عکسی؛ $\Delta x_0, \Delta y_0$ و $\Delta c$ تغییرات پارامترهای توجیه داخلی.		

در مقایسه با مدل‌های فیزیکی، مدل‌های جبری تنها با در نظر گرفتن ملاحظات هندسی تشکیل می‌شود و معمولاً دارای مولفه‌های تعامد یا نزدیک به تعامد با استحکام اصلی‌شان است که باعث وابستگی کم بین پارامترها و قادر بودن به جبران اثرات غیرمشخص و غیرپیش‌بینی‌شده می‌شود. در واقع، این روش‌ها برای مدلسازی اثرات تغییرات شکل عکسی بنا می‌شود. مهمترین روش‌های این گروه توسط Brown (۱۹۷۶) ارائه شده است [۱۹].

همچنین [۳۵ و ۳۶] به ترتیب توابع چندجمله‌ای درجه‌ی دوم و درجه‌ی چهارم را برای مدلسازی این خطاها پیشنهاد دادند. هر دوی این توابع می‌تواند اعوجاجات عدسی را جبران نماید زیرا چندجمله‌ای‌ها توانایی تقریب هر تابع اعوجاج مجهول را دارد. نکته‌ی قابل ذکر در این توابع این است که الگوی شبکه‌ای منظم ضرورتی ندارد [۳۷]. با این حال، این روش‌ها به دلیل وجود همبستگی بالا بین جملات مختلف برای بازسازی مدل کالیبراسیون مناسب نیست. همچنین این روش‌ها نسبت به روش‌های رقیبشان (مثل روش Brown (۱۹۷۶)) نیاز به پارامترهای مجهول بیشتری دارد [۳۷].

برخلاف چندجمله‌ای‌ها، دیگر توابع پایه می‌تواند جایگزین‌هایی برای توسعه‌ی ریاضی این خطاها محسوب شود. سه گروه از توابع پایه‌ی کاملاً مفید می‌تواند بسته به سیستم‌های مختصات تعریف شده از معادله‌ی مشهور لاپلاس ناشی شود. معادله‌ی لاپلاس در دو متغیر به صورت رابطه‌ی

$$d^2 f / dx^2 + d^2 f / dy^2 = 0 \quad \text{رابطه (۷)}$$

است که سه تابع پایه اصلی، براساس آن استخراج می‌شود [۳۷]: (۱) سری‌های فوریه برای مختصات کارتیزین؛ (۲) توابع بسل یا هارمونیک‌های استوانه‌ای برای مختصات استوانه‌ای؛ و (۳) هارمونیک‌های کروی یا دایروی در دو بعد برای مختصات کروی. علاوه بر این توابع پایه، توابع موجک و توابع گویا یا کسری برای پیاده‌سازی‌های خاصی مفید است [۳۷].

برای هدف کالیبراسیون، توابع موجک مناسب نیست. این مسأله به دلیل ماهیت غیرتحلیلی آن‌هاست که مانع از ترکیبشان با رابطه‌ی ۱ می‌شود. همچنین شکل توابع گویا نسبت نامناسب است و نمی‌تواند در سرشکنی تحمیل شود. هارمونیک‌های کروی نیز ممکن است دچار مشکلات مشابه با چند جمله‌ای‌ها یعنی وجود همبستگی بالا شود. در مورد سه تابع پایه‌ی ناشی شده از معادله‌ی لاپلاس، سری‌های فوریه به دلیل سیستم مختصات کارتیزین تصویری بیشتر مورد علاقه است. برخی از مدل‌های فوریه به کار رفته برای تقریب خطاهای سیستماتیک در جدول ۲ مشاهده می‌شود. در این جدول،  $a_i$  و  $b_i$  ها مجهولات پارامترهای کالیبراسیون هستند که در سرشکنی محاسبه می‌شوند. همچنین  $c_{m,n}$  و  $s_{m,n}$  از روابط

$$c_{m,n} = 10^{-6} \cos(mu + nv), \quad s_{m,n} = 10^{-6} \sin(mu + nv) \quad \text{رابطه (۸)}$$

قابل محاسبه است که در آن

$$u = \bar{x}\pi/b_x, \quad v = \bar{y}\pi/b_y \quad \text{رابطه (۹)}$$

و  $b_x$  و  $b_y$  به ترتیب نصف عرض و طول تصویری و  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  مختصات تصویری و  $u$  و  $v$  بین  $\pi$  و  $-\pi$  قرار دارد [۳۸].

جدول ۲: مدل‌های تابع فوریه.

تعداد مجهولات	شکل مدل	مرتبه
۱۶ مجهول	$\Delta x = a_1 c_{1,0} + a_2 c_{0,1} + a_3 c_{1,-1} + a_4 c_{1,1} + a_5 s_{1,0} + a_6 s_{0,1} + a_7 s_{1,-1} + a_8 s_{1,1}$ $\Delta y = b_1 c_{1,0} + b_2 c_{0,1} + b_3 c_{1,-1} + b_4 c_{1,1} + b_5 s_{1,0} + b_6 s_{0,1} + b_7 s_{1,-1} + b_8 s_{1,1}$	۱
۴۸ مجهول	$\Delta x = a_1 c_{1,0} + a_2 c_{0,1} + a_3 c_{2,0} + a_4 c_{1,-1} + a_5 c_{1,1} + a_6 c_{0,2} + a_7 c_{1,2} + a_8 c_{1,-2} + a_9 c_{2,-1}$ $+ a_{10} c_{2,1} + a_{11} c_{2,-2} + a_{12} c_{2,2} + a_{13} s_{1,0} + a_{14} s_{0,1} + a_{15} s_{2,0} + a_{16} s_{1,-1} + a_{17} s_{1,1} + a_{18} s_{0,2}$ $+ a_{19} s_{1,2} + a_{20} s_{1,-2} + a_{21} s_{2,-1} + a_{22} s_{2,1} + a_{23} s_{2,-2} + a_{24} s_{2,2}$ $\Delta y = b_1 c_{1,0} + b_2 c_{0,1} + b_3 c_{2,0} + b_4 c_{1,-1} + b_5 c_{1,1} + b_6 c_{0,2} + b_7 c_{1,2} + b_8 c_{1,-2} + b_9 c_{2,-1}$ $+ b_{10} c_{2,1} + b_{11} c_{2,-2} + b_{12} c_{2,2} + b_{13} s_{1,0} + b_{14} s_{0,1} + b_{15} s_{2,0} + b_{16} s_{1,-1} + b_{17} s_{1,1} + b_{18} s_{0,2}$ $+ b_{19} s_{1,2} + b_{20} s_{1,-2} + b_{21} s_{2,-1} + b_{22} s_{2,1} + b_{23} s_{2,-2} + b_{24} s_{2,2}$	۲
۳۲ مجهول	$\Delta x = a_1 c_{1,0} + a_2 c_{0,1} + a_3 c_{2,0} + a_4 c_{1,-1} + a_5 c_{1,1} + a_6 c_{0,2} + a_7 c_{1,2} + a_8 c_{1,-2} + a_9 c_{2,-1}$ $+ a_{10} c_{2,1} + a_{11} c_{2,-2} + a_{12} c_{2,2} + a_{13} s_{1,0} + a_{14} s_{0,1} + a_{15} s_{1,-1} + a_{16} s_{1,1}$ $\Delta y = b_1 c_{1,0} + b_2 c_{0,1} + b_3 c_{2,0} + b_4 c_{1,-1} + b_5 c_{1,1} + b_6 c_{0,2} + b_7 c_{1,2} + a_8 c_{1,-2} + b_9 c_{2,-1}$ $+ b_{10} c_{2,1} + b_{11} c_{2,-2} + b_{12} c_{2,2} + b_{13} s_{1,0} + b_{14} s_{0,1} + b_{15} s_{1,-1} + b_{16} s_{1,1}$	-

دو آسیب جدی مدل‌های فیزیکی عبارت است از: (۱) برخی از خطاهای سیستماتیک به‌طور فیزیکی شناخته نمی‌شود (یعنی ممکن است مفهوم فیزیکی نداشته باشد) و لذا نمی‌تواند به‌وسیله‌ی توابع پارامترهای اضافی جدول ۱ به‌طور کامل مدل‌سازی شود. (۲) به‌علاوه، پارامترسازی بیش از حد و وابستگی بین خود پارامترهای اضافی و هم‌چنین وابستگی بین پارامترهای اضافی و دیگر پارامترهای توجیه گاهی اوقات، دقت نتایج نهایی فتوگرامتری را کاهش خواهد داد. در مقابل، اگرچه پارامترهای مدل‌های جبری دارای تفسیر فیزیکی نیست، با این حال این مدل‌ها از مدل‌های فیزیکی مشهورتر و پراستفاده‌تر بوده است [۱۹].

## ۵-۲- خودکالیبراسیون چند تصویری

این روش که به‌عنوان کالیبراسیون تحلیلی هم‌زمان چندعکس نیز شناخته می‌شود، هم برای انجام کالیبراسیون دوربین (تعیین عناصر اصلی توجیه داخلی، عناصر توجیه خارجی و پارامترهای اضافی) و هم برای تعیین مختصات زمینی نقاط استفاده می‌شود. بنابراین برخلاف روش کالیبراسیون تک‌عکس در روش خودکالیبراسیون چندعکسی، مختصات مجهول نقاط زمینی نیز وارد معادلات خطی شده‌ی شرط هم‌خطی می‌شود. پس داریم [۸]:

$$F_x = v_x + \frac{\partial F_x}{\partial X_1} \Delta X_1 + \frac{\partial F_x}{\partial X_2} \Delta X_2 + \frac{\partial F_x}{\partial X_3} \Delta X_3 + F_x^0 = 0, \quad F_y = v_y + \frac{\partial F_y}{\partial X_1} \Delta X_1 + \frac{\partial F_y}{\partial X_2} \Delta X_2 + \frac{\partial F_y}{\partial X_3} \Delta X_3 + F_y^0 = 0 \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

که در آن،  $X_1$  بردار پارامترهای توجیه داخلی مجهول به‌همراه پارامترهای اضافی  $(x_0, y_0, f, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, p_3)$ ؛ (در اینجا تنها پارامترهای اعوجاج عدسی را جزو پارامترهای اضافی در نظر گرفته‌ایم)؛  $X_2$  بردار پارامترهای توجیه خارجی مجهول  $(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0)$ ؛  $X_3$  بردار مختصات مجهول نقاط شیئی  $(X, Y, Z)$ ؛  $v_x$  و  $v_y$  باقیمانده‌های مختصات عکسی  $x$  و  $y$ ؛  $F_x^0$  و  $F_y^0$  مقادیر توابع به ازای مقادیر تقریبی اولیه و  $\partial F / \partial X$  مشتقات جزئی هریک از توابع نسبت به پارامترهای مجهول است. شکل ماتریسی بسط سری تیلور رابطه‌ی ۸ را می‌توان به فرم رابطه‌ی

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \dots & b_{114} & b_{115} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \dots & b_{214} & b_{215} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta f \\ \vdots \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{116} & b_{117} & b_{118} \\ b_{216} & b_{217} & b_{218} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_x^0 \\ -F_y^0 \end{bmatrix} \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

یا رابطه‌ی

$$V_{2mm \times 1} + \dot{B}_{2mm \times (9+6m)} \dot{\delta}_{(9+6m) \times 1} + \ddot{B}_{2mm \times 3n} \ddot{\delta}_{3n \times 1} = \varepsilon_{2mm \times 1} \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

نوشت که در آن،  $m$  تعداد عکس‌ها و  $n$  تعداد نقاط زمینی،  $V$  و  $\varepsilon$  به‌ترتیب بردار باقیمانده‌ها و بردار اختلافات،  $\dot{B}$  و  $\ddot{B}$  به ترتیب ماتریس طراحی یا ضرایب (مشتقات جزئی نسبت به مجهولات توجیه و مختصاتی) و  $\dot{\delta}$  و  $\ddot{\delta}$  نیز به‌ترتیب بردارهای تصحیحات مجهولات توجیه و مختصاتی است که هر یک به‌صورت تکراری بایستی به مقادیر تقریبی اولیه‌ی مجهولات اضافه شود تا به مقدار واقعی آنها برسد، یعنی:

$$X = \tilde{X} + \delta \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

که  $\tilde{X}$  بردار مقادیر تقریبی و  $\delta$  بردار تصحیحات همه‌ی مجهولات است.

در صورتی‌که از قبل معلوماتی از هریک از پارامترهای مجهول رابطه‌ی ۱۲ در دسترس باشد، هر یک از این معلومات را می‌توان به عنوان معادلات مکملی به معادلات مشاهدات این رابطه به عنوان قیود اضافه نمود. به‌عنوان مثال، اگر معلوماتی از پارامترهای توجیه داخلی، توجیه خارجی و مختصات نقاط زمینی در اختیار باشد، آنگاه معادله‌ای به‌صورت رابطه‌ی

$$X = \dot{X} + v_x \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

به‌عنوان قیود اضافی وجود خواهد داشت که  $\dot{X}$  مقادیر از قبل معلوم همه‌ی مجهولات و  $v_x$  بردار باقیمانده‌های مربوط به آنهاست. با مقایسه‌ی دو رابطه‌ی ۱۳ و ۱۴، رابطه‌ی

$$\dot{X} + v_x = \tilde{X} + \delta \Rightarrow \begin{cases} \dot{V}_{(9+6m) \times 1} - \dot{\delta}_{(9+6m) \times 1} = \dot{\varepsilon}_{(9+6m) \times 1} & (1) \\ \dot{V}_{3n \times 1} - \dot{\delta}_{3n \times 1} = \dot{\varepsilon}_{3n \times 1} & (2) \end{cases} \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

ایجاد خواهد شد [۲۴] که در آن، معادلات (۱) و (۲) به‌ترتیب معادله‌ی قید مربوط به مجهولات توجیهات و معادله‌ی قید مربوط به مجهولات مختصات زمینی است. این دو معادله (رابطه‌ی ۱۵) و معادله‌ی مشاهداتی اصلی (رابطه ۱۲) می‌تواند به شکل ماتریسی [۲۴]:

$$\bar{V} + \bar{B}\bar{\delta} = \bar{\varepsilon} \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

با یکدیگر ادغام شود که در آن:

$$\bar{V}_{N \times 1} = (V, \dot{V}, \ddot{V})^T, \quad \bar{B}_{N \times l} = \begin{bmatrix} \dot{B} & \ddot{B} \\ -I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}$$

$$\bar{\delta}_{U \times l} = (\delta, \dot{\delta})^T, \quad \bar{\varepsilon}_{N \times 1} = (\varepsilon, \dot{\varepsilon}, \ddot{\varepsilon})^T$$

که در این رابطه،  $N = 2mn + 9 + 6m + 3n$  تعداد معادلات و  $U = 9 + 6m + 3n$  تعداد مجهولات است.

با استفاده از فرآیند کمترین مربعات، فرم عمومی معادلات نرمال متناظر با رابطه‌ی ۱۶ به‌صورت

$$(\bar{B}^T \bar{W} \bar{B}) \bar{\delta} = \bar{B}^T \bar{W} \bar{\varepsilon} = \bar{N} \bar{\delta} = \bar{C} \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

و جواب نرمال متناظر به‌صورت رابطه‌ی

$$\bar{\delta} = -\bar{N}^{-1} \bar{C} \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

خواهد شد. البته معادله‌ی نرمال رابطه‌ی ۱۷ را می‌توان به فرم تفکیک‌شده‌ی رابطه‌ی

$$\begin{bmatrix} \dot{N} + \dot{W} & \dot{N} \\ \dot{N} & \dot{N} + \dot{W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{C} - \dot{W}\dot{\varepsilon} \\ \dot{C} - \dot{W}\dot{\varepsilon} \end{bmatrix} \quad \text{رابطه (۱۹)}$$

نشان داد که در آن داریم [۲۴]:

$$\begin{aligned} \dot{N}_{(9+6m) \times (9+6m)} &= \dot{B}^T \dot{W} \dot{B}, & \dot{C}_{(9+6m) \times 1} &= \dot{B}^T \dot{W} \dot{\varepsilon} \\ \dot{N}_{3n \times 3n} &= \dot{B}^T \dot{W} \dot{B}, & \dot{C}_{3n \times 1} &= \dot{B}^T \dot{W} \dot{\varepsilon} \\ \dot{N}_{(9+6m) \times 3n} &= \dot{B}^T \dot{W} \dot{B} \end{aligned}$$

که  $\dot{N}$ ، ماتریس نرمال مربوط به مجهولات توجیه داخلی و خارجی و  $\dot{N}$  ماتریس نرمال مربوط به مجهولات مختصات زمینی است.

## مراجع

- [1] Fraser C.S, Brown D.C. Industrial photogrammetry–new developments and recent applications, The Photogrammetric Record, 12 (68) (1986), 197–216.

- [2] Clarke T.A, Fryer J.G. The development of camera calibration methods and models, *The Photogrammetric Record*, 16 (91) (1998), 51–66.
- [3] Sun Q, Wang X, Xu J, Wang L, Zhang H, Yu J, Su T, Zhang Z. Camera self-calibration with lens distortion, *Optik* (2016), Article in Press.
- [4] Brown D.C. Close-range camera calibration, *Photogrammetric Engineering*, 37 (1971), 855–866.
- [5] Lv Y, Feng J, Li Z, Liu W, Cao J. A new robust 2D camera calibration method using RANSAC, *Optik*, 126 (2015), 4910–4915.
- [6] Fraser, C.S. Automatic camera calibration in close-range photogrammetry, *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing* 79 (4) (2013), 381–388.
- [7] Portales C, Ribes-Gomez E, Pastor B, Gutiérrez A. Calibration of a camera-projector monochromatic system, *The Photogrammetric Record*, 30 (149) (2015), 82–99.
- [8] Wang L, Duan F, Lu K. An adaptively weighted algorithm for camera calibration with 1D objects, *Neurocomputing*, 149 (2015), 1552–1559.
- [9] Liu Z, Li F, Li X, Zhang G. A novel and accurate calibration method for cameras with large field of view using combined small targets, *Measurement*, 64 (2015), 1–16.
- [10] Luhmann T, Fraser C.S, Maas H-G. Sensor modelling and camera calibration for close-range photogrammetry, *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, (2015), Article in Press.
- [11] Wang J, Shi F, Zhang J, Liu Y. A new calibration model of camera lens distortion, *Pattern Recognition*, 41 (2008), 607–615.
- [12] Xiangyang S, Jie D. Design of multi-parameter target used in calibration of high precision CCD camera, *Optik*, 127 (2016), 548–552.
- [13] Gong R, Wang Q, Shao X, Liu J. A color calibration method between different digital cameras, *Optik*, 127 (2016), 3281–3285.
- [14] Huo J, Yang N, Yang M, Cui J. Flexible calibration of camera with large FOV based on planar homography. *Optik*, 126 (2015), 5218–5223 .
- [15] Yang X, Fang S. Effect of field of view on the accuracy of camera calibration, *Optik*, 125 (2014), 844–849.
- [16] Shang Y, Sun X, Yang X, Wang X, Yu Q. A camera calibration method for large field optical measurement, *Optik*, 124 (2013), 6553–6558.
- [17] Fraser C.S. Digital camera self-calibration. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 52 (4) (1997), 149–159.
- [18] Moffitt F.H, Mikhail E.M. *Photogrammetry*, 3rd Edition, International Textbook Co., Scranton, PA. 1980.
- [19] Li X. *Photogrammetric Investigation into Low-Resolution Digital Camera Systems*, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, June 1999.
- [20] Kannala J, Heikkila J, Brandt SS. *Geometric Camera Calibration*, Wiley Encyclopedia of Computer Science and Engineering (2008).
- [21] Schenk T. *Introduction to Photogrammetry*, Department of Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science, The Ohio State University, 2005.
- [22] Liu X. *Calibration of Non-Metric Stereo Cameras*, Department of Surveying Engineering, The University of New Brunswick, 1991.

- [23] Hartley R, Zisserman A. Multiple View Geometry in Computer Vision, 2nd edition, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.
- [24] Wolf P.R. Elements of Photogrammetry, McGraw Hill, New York, NY. 1983.
- [25] Murali Mohan A, Solanki S.S, Ramulu V.S. On-the-job calibration of a digital camera for industrial photogrammetry, Indian Cartographer, 11 (2002), 61–66.
- [26] Medioni G, Kang S.B. Emerging Topics in Computer Vision. Prentice Hall, 2004.
- [27] Turco E. Introduction Techniques for 3D Computer Vision, Prentice Hall, 1998.
- [۲۸] درویش‌زاده و رچه‌ئی پ، آقای‌زاده ظروفی ر. روشی تمام اتوماتیک برای کالیبراسیون دوربین، نهمین کنفرانس دانشجویی مهندسی برق ایران، تهران، دانشگاه تهران، ۱۳۸۵.
- [29] Zhang Z. Flexible Camera Calibration By Viewing a Plane From Unknown Orientations, In Computer Vision, The Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on, vol. 1, pp. 666–673, 1999.
- [30] Zhang Z. Camera Calibration with One-Dimensional Objects, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 26(7):892–9, 2004.
- [31] Honkavaara E, Ahokas E, Hyypä J, Jaakkola J, Kaartinen H, Kuittinen R, Markelin L, Nurminen K. Geometric test field calibration of digital photogrammetric sensors, ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 60 (2006), 387–399.
- [32] Kuittinen, R, Ahokas E, Hogholen A, Laaksonen J. Test-field for aerial photography. The Photogrammetric Journal of Finland 14 (1) (1994), 53–62.
- [33] Fryer J.G, Brown D.C. Lens distortion for close-range photogrammetry, Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 52(1) (1986): 51–58.
- [34] Lerma J.L, Cabrelles M. A review and analysis of plumb-line calibration, The Photogrammetric Record, 22(118) (2007), 135–150.
- [35] Ebner H. Self-Calibrating Block Adjustment, Bildmessung und Luftbildwesen, 44 (4), 128–139, 1976.
- [36] Grün A. Progress in Photogrammetric Point Determination by Compensation of Systematic Errors and Detection of Gross Errors, International Archives of Photogrammetry 22 (Part 3), 113–140, 1978.
- [37] Tang R, Fritsch D, Cramer M. New Rigorous and Flexible Fourier Self-Calibration Models for Airborne Camera Calibration, ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 71, 2012, pp.76-